Métastabilité du processus de contact en grande dimension d'espace

C. Deroulers, LPTENS
R. Monasson, LPTENS et LPT Strasbourg

Métastabilité bien comprise en champ moyen : barrières (d'énergie) proportionnelles au volume.

Moins bien en dimension finie :
– quand beaucoup d'états métastables (verres)
– quand dynamique «exotique» (problèmes d'optimisation)

But

Trouver un formalisme qui permette de mieux traiter les problèmes de métastabilité.

D'abord cas du *processus de contact*

Ensuite autres problèmes (algorithme *WalkSAT* ?)

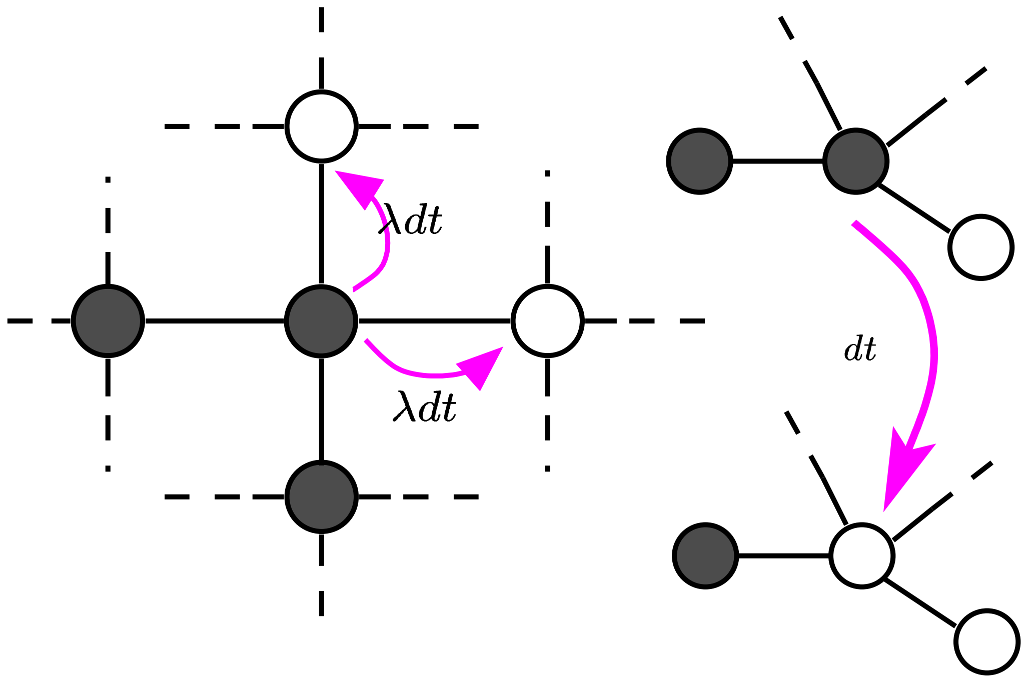
Le processus de contact

T. E. Harris, *Ann. Prob.* **2** 969 (1974)

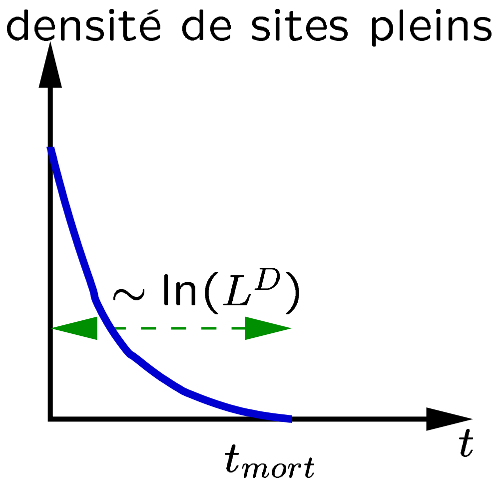
- Modèle d'épidémie
- Chaque site i est contaminé/plein : $s_i = 1$ ou bien sain/vide : $s_i = 0$.
- Évolution non hamiltonienne suivant les règles :

Contamination

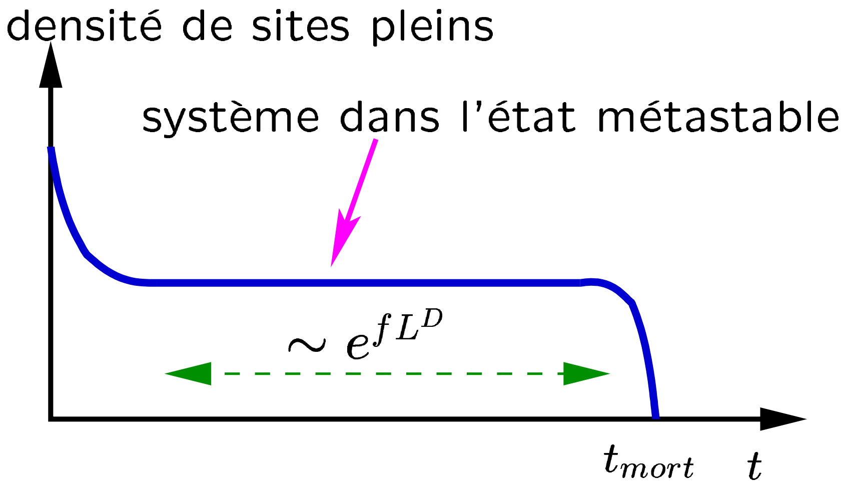
Guérison spontanée



$\boxed{\lambda < \lambda_c}$



$\boxed{\lambda > \lambda_c}$



$\boxed{\text{Principes du calcul}}$

Formalisme d'opérateurs de Doi, Peliti, Cardy... : règles d'évolution $\rightsquigarrow$ opérateur quantique $\widehat{W}$ polynôme en a, $a^\dagger$ avec $aa^\dagger + a^\dagger a = 1$

$$\downarrow$$

Intégrale de chemins avec «hamiltonien» $W(\phi, \psi)$ où $\phi = \langle a^\dagger a \rangle$ (densité locale de sites pleins) et $e^\psi = \frac{\langle a \rangle}{\langle a^\dagger a \rangle}$

$$\downarrow$$

Calculs d'instantons, résolution (perturbative ?) d'EDPs sur les nombres réels ϕ et ψ

$\boxed{\text{Résultats}}$

$\rightarrow$ Méthode simple pour calculer en champ moyen, à partir de l'opérateur quantique, la distribution métastable et son temps de vie

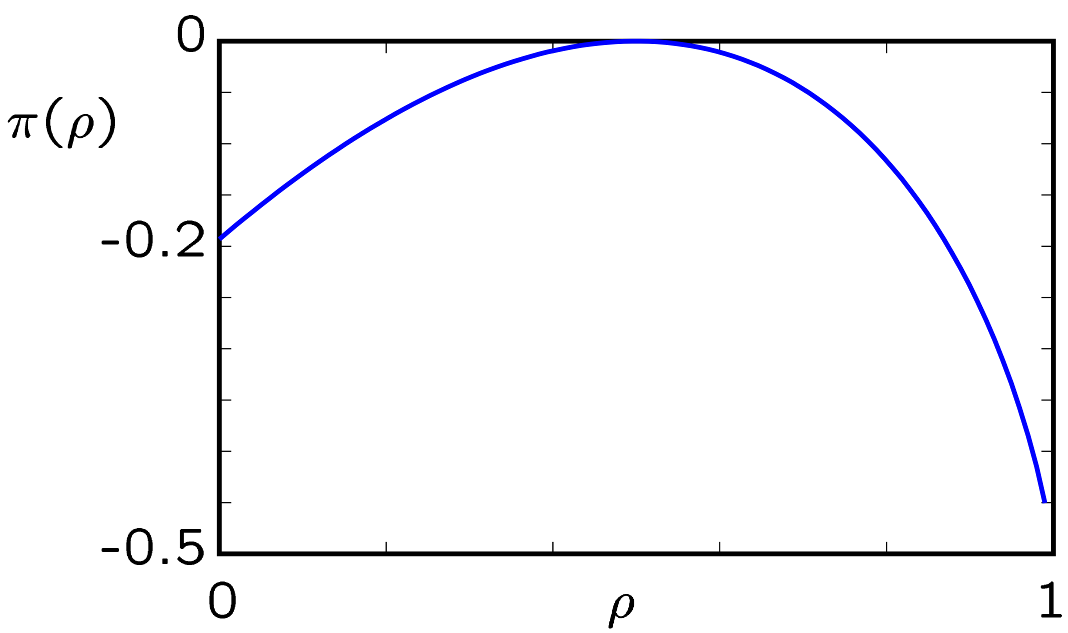
$\rightarrow$ Calcul des corrections en $\frac{1}{D}$

$\boxed{\text{Calcul en champ moyen}}$

N sites.
ρ : densité de sites contaminés/pleins

Distribution métastable de ρ :
$P(\rho, t) \equiv e^{N\pi(\rho,t)}$

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = W(\rho, \frac{\partial \pi}{\partial \rho})$$
$$\downarrow$$



Calcul du temps de vie :

$\Longrightarrow$ instantons solutions de

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial W}{\partial \phi} + \frac{1}{D}F_1(\phi, \psi) \int_0^T dt' G_1(\phi(t'), \psi(t')) + \dots$$
$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\partial W}{\partial \psi} + \frac{1}{D}F_2(\phi, \psi) \int_0^T dt' G_2(\phi(t'), \psi(t')) + \dots$$